**RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE**

**Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique**

**Université Echahid Hama Lakhdar El Oued**

**Faculté des Sciences Exactes**

**Département de Mathématiques**

Thèse en vue de l'obtention du diplôme de doctorat LMD en mathématiques

Spécialité: Mathématiques appliquées

**Thème**:

---

# Analyse Mathématique de Quelques Problèmes de Contact Entre Deux Corps Déformables

---

**Présentée Par: RIMI KHEZZANI**

**Soutenue le: 29/ 03/2021**

devant le jury composé de:

| | | | |
|---|---|---|---|
| M. Mansour Abdelouahab | Professeur | Université d'El Oued | Président |
| M. Hadj Ammar Tedjani | MCA | Université d'El Oued | Promoteur |
| M. Azeb Ahmed Abdelaziz | MCA | Université d'El Oued | Co-encadreur |
| M. Chougui Nadhir | MCA | Université de Sétif | Examinateur |
| M. Aissaoui Adel | Professeur | Université d'El Oued | Examinateur |
| M. Salem Abdelmalek | MCA | Université de Tebessa | Examinateur |

Année universitaire: 2020/2021

# Table des matières

**Notations générales** **v**

**Introduction** **vii**

**1 Modélisation et Préliminaires** **1**

1.1 Cadre physique . . . . . 1

1.2 Phénomènes mécaniques et thermiques . . . . . 3

1.2.1 Endommagement . . . . . 3

1.2.2 Usure . . . . . 4

1.2.3 Conduction thermique . . . . . 4

1.2.4 Adhésion . . . . . 4

1.3 Lois de comportements . . . . . 6

1.3.1 Loi de comportement électro-viscoélastique avec mémoire longue 6

1.3.2 Loi de comportement électro-viscoélastique avec mémoire courte 7

1.3.3 Loi de comportement thermo-électro-viscoélastique avec endommagement . . . . . 7

1.3.4 Loi de comportement électro-élasto-viscoplastique avec variable interne d'état . . . . . 8

1.3.5 Modèle mathématique . . . . . 9

1.4 Conditions aux limites . . . . . 10

1.4.1 Condition aux limites de déplacement . . . . . 10

1.4.2 Condition aux limites de traction . . . . . 10

1.4.3 Conditions aux limites électriques . . . . . 10

1.4.4 Conditions continues aux limites de contact . . . . . 10

1.4.5 Condition de contact bilatérale . . . . . 11

1.5 Lois de contact . . . . . 11

1.5.1 Contact sans frottement . . . . . 11
1.5.2 Contact avec compliance normale . . . . . 11
1.5.3 Conditions de contact avec compliance normale et adhésion . . . 12
1.5.4 Condition dans le plan tangent . . . . . 13
1.5.5 Conditions de contact bilatéral avec frottement et usure . . . . . 14
1.6 Formulation des problèmes . . . . . 14

**2 Outils mathématiques 18**
2.1 Espaces fonctionnels . . . . . 18
2.1.1 Espaces liés aux opérateurs de déformation et de divergence . . 18
2.1.2 Espaces de Sobolev . . . . . 22
2.2 Éléments d'analyse non linéaire dans les espaces de Hilbert . . . . . 23
2.2.1 Rappels sur les espaces de Hilbert . . . . . 24
2.2.2 Equations et inéquations variationnelles d'évolution . . . . . 25
2.2.3 Théorème de point fixe . . . . . 27
2.3 Compléments divers . . . . . 27
2.3.1 Lemmes de Gronwall . . . . . 27
2.3.2 Sous différentiabilité . . . . . 29

**3 Problème dynamique entre deux corps thermo-piézoélectriques 30**
3.1 Formulation du Problème . . . . . 30
3.2 Formulation variationnelle . . . . . 33
3.3 Existence et unicité de la solution . . . . . 42

**4 Problème dynamique entre deux corps piézoélectriques 54**
4.1 Formulation du Problème . . . . . 54
4.2 Formulation variationnelle . . . . . 56
4.3 Existence et unicité de la solution . . . . . 61

**Conclusion et perspectives 71**

**Bibliographie 72**